DOI: 10.5604/01.3001.0010.5223

# ZMODYFIKOWANA METODA UŻYCIA FUNKCJI PROGOWYCH W MODELACH RELACYJNYCH ROZMYTYCH MAP KOGNITYWNYCH

**Grzegorz Słoń**
Politechnika Świętokrzyska, Katedra Systemów Informatycznych

***Streszczenie****. W artykule przedstawiono sposób wprowadzenia funkcji progowej do modelu Relacyjnej Rozmytej Mapy Kognitywnej, wykorzystującego arytmetykę liczb rozmytych. Funkcyjne przetwarzanie liczby rozmytej powoduje deformacje kształtu liczby i jej nośnika. Zaproponowano „geometryczne" podejście do tego problemu, pozwalające zachować niezmienność nośnika oraz utrzymać kształt przetwarzanej liczby rozmytej przy jednoczesnym odpowiednim przesunięciu centrum tej liczby. Metoda została przetestowana na liczbach rozmytych o różnych funkcjach przynależności.*

**Słowa kluczowe**: inteligencja obliczeniowa, systemy rozmyte, rozmyte mapy kognitywne, liczby rozmyte

# MODIFIED METHOD OF INTRODUCING THRESHOLDING FUNCTIONS IN MODELS OF RELATIONAL FUZZY COGNITIVE MAPS

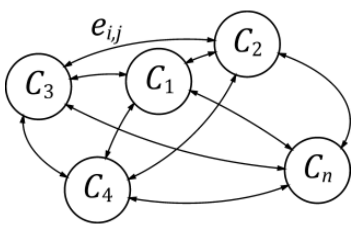
***Abstract.*** *The article describes the method for introducing a threshold function into a model of the Relational Fuzzy Cognitive Map that uses fuzzy numbers arithmetic. Processing the fuzzy number by function causes deformations of the shape if this number and its support. It is proposed a geometrical approach to this problem, allowing to maintain constancy of the support and to keep the shape of the processed fuzzy number with an appropriate shift of the center of this number. The method was tested on fuzzy numbers with different membership functions.*

**Keywords**: computational intelligence, fuzzy systems, fuzzy cognitive maps, fuzzy numbers

## Wstęp

Modelowanie procesów jest techniką powszechnie stosowaną w analizie, syntezie i predykcji. W praktyce często spotyka się takie procesy, których przebieg jest trudny lub wręcz niemożliwy do przedstawienia w klasycznej formie (tzn. z użyciem układów równań różniczkowych). Może to być spowodowane dużą złożonością występujących tam zjawisk, niepełną wiedzą o kształtowaniu się analizowanych wielkości (niepewność) lub też subiektywnymi metodami szacowania wartości (nieprecyzyjność). Brak pełnej wiedzy o charakterze procesu może być kompensowany poprzez stosowanie metod tzw. inteligencji obliczeniowej (np. sztucznych sieci neuronowych), w których zamiast dokładnego opisu matematycznego, stosuje się opis przybliżony, oparty na wyodrębnieniu kluczowych wielkości i szacowaniu wzajemnych relacji pomiędzy nimi. Tak zbudowany model ma charakter grafu skierowanego, w którym wierzchołki reprezentują główne wielkości procesu (rzeczywiste, bądź abstrakcyjne – o pomocniczym charakterze), a krawędzie odwzorowują powiązania przyczynowo-skutkowe pomiędzy tymi wielkościami. Najprostszym przedstawicielem takiego podejścia jest model sztucznej sieci neuronowej w postaci wielowarstwowego perceptronu [1]. Nieprecyzyjność, przejawiająca się subiektywnym szacowaniem wartości poszczególnych wielkości procesu, uwzględnia się stosując opis rozmyty, czyli wykorzystujący wartości tzw. lingwistyczne.

W systemach bardziej złożonych, w których oddziaływania są wielokierunkowe i mogą mieć dynamiczny charakter, stosuje się bardziej złożone podejście, wykorzystujące strukturę tzw. Rozmytej Mapy Kognitywnej (RMK) [2, 4, 5, 7, 10]. Model RMK również ma postać grafu skierowanego (rys. 1, gdzie: $C_1, \ldots, C_n$ – czynniki; $e_{i,j}$ – oddziaływanie pomiędzy czynnikami $C_i$ i $C_j$), którego wierzchołki reprezentują główne (rozmyte) wielkości systemu, zwane czynnikami (ang. *concepts*), a krawędzie (ang. *edges*) – ich wzajemne (też rozmyte) oddziaływania przyczynowe.




*Rys. 1. Przykładowy model RMK*

Model z rys. 1 definiuje się jako parę (1):

$$\langle \mathbf{C}, \mathbf{E} \rangle \tag{1}$$

gdzie: $\mathbf{C} = \{C_1, \ldots, C_n\}$ – zbiór czynników rozmytych; $\mathbf{E} = \{e_{i,j}\}_{i \neq j}$ – zbiór rozmytych oddziaływań pomiędzy czynnikami; $i, j = 1, \ldots, n$; i≠j; $n$ – liczba czynników.

Problemem RMK (tak, jak wszystkich modeli korzystających z inteligencji obliczeniowej) jest dobór rozmytych wartości oddziaływań pomiędzy czynnikami. Formą najbardziej podstawową jest wykorzystanie tzw. wiedzy ekspertowej (czyli arbitralne ustalanie tych wartości w oparciu o doświadczenie jednej lub wielu osób, dysponujących odpowiednią wiedzą), lecz metoda taka stwarza ryzyko powstania błędów, wynikających z niedostatecznej wiedzy ekspertów. Dlatego też lepiej stosować bardziej obiektywne podejście zautomatyzowane. Najczęściej wykorzystuje się do tego techniki adaptacji (czyli tzw. uczenia) z wykorzystaniem danych historycznych, przy czym w większości metod [7] proces uczenia jest poprzedzany wstępną transformacją modelu rozmytego do formy ostrej. Wtedy model (1) przybiera postać (2):

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{w} \rangle \tag{2}$$

gdzie: $\mathbf{x} = \{x_1, \ldots, x_n\}$ – zbiór liczb reprezentujących wartości czynników (zamiast $\{C_1, \ldots, C_n\}$); $\mathbf{w} = \{w_{i,j}\}_{i \neq j}$ – zbiór wag powiązań pomiędzy czynnikami (zamiast $\{e_{i,j}\}$); $i, j = 1, \ldots, n$; $n$ – liczba czynników.

Dodatkowo, aby uniezależnić ocenę siły poszczególnych oddziaływań od np. stosowanych miar, wartości czynników poddaje się normalizacji (najczęściej maksyminowej), co rodzi konieczność stosowania dodatkowych „ograniczników".

Model (2) może działać np. w oparciu o schemat (3) [10]:

$$x_j(t+1) = f_p\left(x_j(t) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} w_{i,j} \Delta x_i(t)\right) \tag{3}$$

gdzie: $j$ – numer przetwarzanego czynnika; $n$ – liczba czynników; $t$ – czas dyskretny; $\Delta x_i(t) = x_i(t) - x_i(t-1)$; $x_i(0)$, $x_i(-1)$ – zadane; $f_p$ – funkcja progowa.

Użyta w (3) funkcja progowa $f_p$ (zwana też funkcją aktywacji) jest takim właśnie „ogranicznikiem", który ma za zadanie ograniczenie wartości wynikowej do pewnego, z góry założonego przedziału, wynikającego z przyjętych zasad normalizacji ($[0, 1]$ lub $[-1, 1]$).

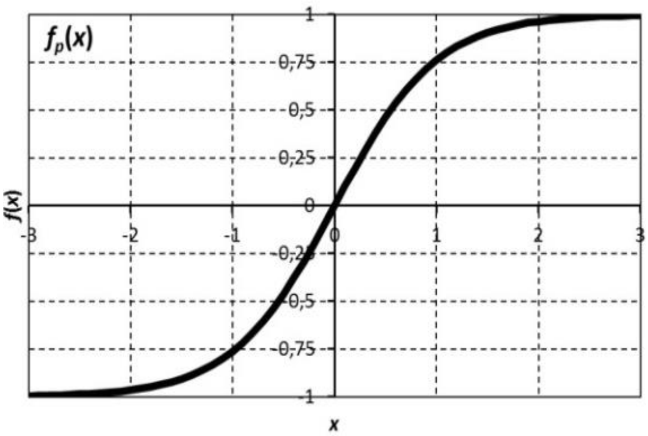
Funkcja progowa może przyjmować różne formy. Postacią szczególnie przydatną w modelu RMK jest (4) [9]:

$$f_p(x) = \frac{1 - e^{-\beta x}}{1 + e^{-\beta x}} \tag{4}$$

gdzie: $\beta > 0$ – parametr.

Dzięki zastosowaniu funkcji progowej (4) można używać modeli, w których czynniki przyjmują zarówno dodatnie, jak i ujemne wartości.

Ilustrację ograniczającego działania funkcji progowej (4) dla $\beta = 2$ pokazano na rys. 2.




*Rys. 2. Przykładowa funkcja progowa zgodna z (4), dla której* $\beta = 2$

Model (3) poddaje się uczeniu (zwykle jedną z metod populacyjnych [7]) w oparciu o dane historyczne – również przetworzone do postaci ostrej, po czym model transformuje się z powrotem do postaci rozmytej i dalej korzysta z niego na zasadach zbioru reguł. Stosowanie opisanego wyżej podejścia stwarza problem interpretacyjny, zakłada ono bowiem odejście od postaci rozmytej – i to na etapie bardzo ważnym, bo uczenia, a to z kolei utrudnia niwelowanie skutków nieprecyzyjności danych. W tej sytuacji zasadne staje się pytanie o sens wprowadzania modelu rozmytego, skoro można taki model budować jako od początku ostry i stosować szybszą metodę uczenia gradientowego [4].

Dla uniknięcia takich trudności i dylematów, zaproponowano nowe podejście nazwane Relacyjną Rozmytą Mapą Kognitywną (RRMK) [8, 9], w którym model pozostaje rozmyty na każdym etapie działania: zarówno uczenia, jak i późniejszej eksploatacji, a przy tym działa podobnie jak (3) i zachowuje zdolność do automatycznego uczenia. Takie założenie wymaga nowego spojrzenia na arytmetyczne przetwarzanie danych rozmytych.

## 1. Zasada działania modelu RRMK

W modelu RRMK wartości czynników są reprezentowane przez liczby rozmyte, natomiast oddziaływania pomiędzy czynnikami – przez relacje rozmyte. Ma on postać (5) [8, 9]:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{R} \rangle \tag{5}$$

gdzie: $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$ – zbiór liczb rozmytych opisujących wartości czynników; $\mathbf{R} = \{R_{i,j}\}_{i \neq j}$ – zbiór relacji rozmytych pomiędzy czynnikami; $i, j = 1, \dots, n$; $n$ – liczba czynników.

Model (5) działa wg schematu podobnego do (3), z tą różnicą, że liczby ostre i wagi powiązań zastąpiono liczbami rozmytymi i relacjami rozmytymi [9]:

$$X_j(t+1) = f_p\left( X_j(t) \oplus \bigoplus_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \left[ \left( X_i(t) \ominus X_i(t-1) \right) \circ R_{i,j} \right] \right) \tag{6}$$

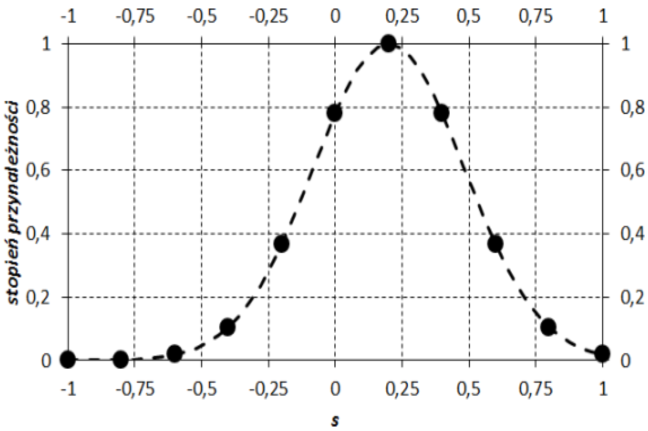
gdzie: $X_j(t)$ – rozmyta wartość $j$ czynnika w chwili $t$; $R_{i,j}$ – relacja rozmyta pomiędzy czynnikami $i$ i $j$; $n$ – liczba czynników; $i, j = 1, \dots, n$; $t$ – czas dyskretny; $\oplus$ – operator dodawania rozmytego liczb rozmytych; $\ominus$ – operator odejmowania rozmytego liczb rozmytych; $\circ$ – operator kompozycji rozmytej liczby rozmytej i relacji rozmytej; $f_p$ – funkcja progowa.

Liczby rozmyte są zbiorami rozmytymi o pewnej specyfice [5]. Podobnie, jak każdy zbiór rozmyty, liczba rozmyta jest zdefiniowana na określonym nośniku, z tym, że stopnie przynależności kolejnych elementów tego nośnika są determinowane przez funkcję przynależności o określonych cechach (m. in. może ona mieć tylko jedno maksimum i maksimum to musi mieć wartość 1). Na przykład funkcja przynależności klasy **G** [9] rozmytej wartości czynnika może mieć postać (7):

$$\mu_{X_i}(s) = e^{-\left(\frac{s - \bar{X}_i}{\sigma_i}\right)^2} \tag{7}$$

gdzie: $X_i$ – rozmyta wartość $i$-tego czynnika; $s$ – nośnik; $\bar{X}_i$ – centrum (znormalizowana wartość) $i$-tego czynnika; $\sigma_i$ – współczynnik rozmycia $i$-tego czynnika; $i = 1, \dots, n$; $n$ – liczba czynników.

Przykładową liczbę rozmytą, zdefiniowaną funkcją przynależności (7), pokazano na rys. 3.



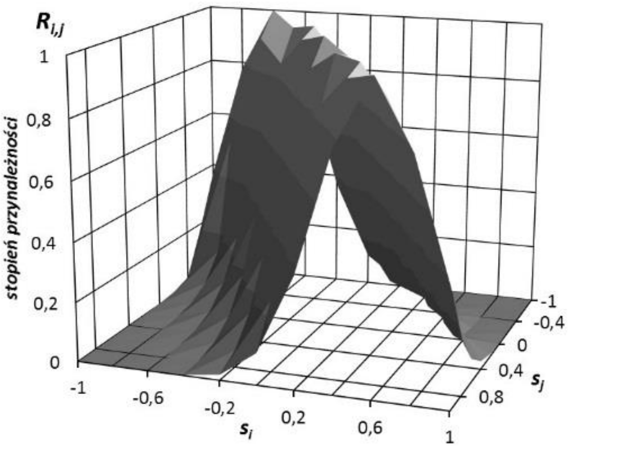

*Rys. 3. Przykładowa liczba rozmyta, reprezentowana przez singletony rozmyte (widoczne jako punkty na wykresie), obliczone zgodnie z (7). Linią przerywaną pokazano kształt funkcji przynależności wg (7). Parametry funkcji przynależności:* $\bar{X} = 0{,}2$; σ=0,4; *s – nośnik; liczba punktów próbkowania nośnika* $k = 11$

Relacja rozmyta jest konstrukcją znaną w teorii zbiorów, jednak nie była ona wcześniej wykorzystywana w budowie modeli, takich jak RMK. Relacje rozmyte w RRMK muszą mieć specjalną budowę, która będzie odzwierciedlać zarówno siłę powiązania, jak i jego kierunek, a dodatkowo będzie uwzględniać własności rozmywania. Tego rodzaju wymagania określają ogólnych kształt funkcji przynależności. Przykładowa funkcja przynależności klasy **G** [9] relacji rozmytej może przybrać postać (8):

$$\mu_{R_{i,j}}(s_i, s_j) = e^{-\left(\frac{s_j - r_{i,j}(s_i)}{\sigma_{i,j}}\right)^2} \tag{8}$$

gdzie: $i$, $j$ – numery czynników powiązanych relacją; $s_i$, $s_j$ – nośniki czynników powiązanych relacją; $r_{i,j}(s_i)$ – wsp. mocy relacji rozmytej pomiędzy czynnikami $i$-tym i $j$-tym; $\sigma_{i,j}$ – wsp. rozmycia relacji rozmytej pomiędzy czynnikami $i$-tym i $j$-tym.

Wizualizację przykładowej funkcji przynależności relacji rozmytej (zgodnej z (8)), pomiędzy czynnikami o numerach $i$, $j$ pokazano na rys. 4.




*Rys. 4. Przykładowa relacja rozmyta, reprezentowana przez funkcję przynależności zgodną z (8). Parametry funkcji przynależności: $r_{i,j} = 0{,}4$; $\sigma_{i,j} = 0{,}4$; $k = 11$ – liczba punktów próbkowania nośnika; $s_i$, $s_j$ – nośniki i-tej i j-tej liczb rozmytych*

Warunkiem prawidłowego działania modelu RRMK jest osadzenie wszystkich występujących w nim wielkości rozmytych (zarówno czynników, jak i relacji) na tym samym, stałym nośniku. Nośnik ma dyskretny charakter (jest reprezentowany przez ciąg punktów próbkowania), a jego parametry (liczba i położenie punktów próbkowania) muszą być utrzymywane na stałym poziomie na każdym etapie działania modelu, co stanowi pewną komplikację w systemie opartym na arytmetyce liczb rozmytych. Dla modelu RRMK (6) proces uczenia polega na adaptacji parametrów relacji rozmytej (czyli $r$ i $\sigma$), przy czym sam mechanizm uczenia stanowi odrębne zagadnienie, poruszane m. in. w [8, 9] – przedstawiono tam algorytm kolejnych przybliżeń ze zmiennym krokiem zmian parametrów, którego zadaniem jest odpowiednia adaptacja parametrów wszystkich relacji rozmytych, działających w modelu.

## 2. Niektóre problemy arytmetycznego przetwarzania liczb rozmytych

W modelu RRMK mają zastosowanie niektóre operacje arytmetyki rozmytej: dodawania i odejmowania rozmytego liczb rozmytych oraz kompozycji rozmytej liczby rozmytej i relacji rozmytej. Liczby rozmyte w modelu RRMK mają postać ciągów singletonów rozmytych, co wymusza maksyminowy charakter operacji arytmetycznych. Charakter ten, na przykładzie operacji dodawania rozmytego liczb rozmytych $A$ i $B$, pokazuje równanie (9):

$$\mu_{A\oplus B}(s) = \max_{\substack{s_A, s_B \\ s = s_A + s_B}} \min\{\mu_A(s_A), \mu_B(s_B)\} \tag{9}$$

gdzie: $\mu_{A\oplus B}$ – funkcja przynależności sumy rozmytej; $s$ – nośnik sumy rozmytej; $\mu_A$, $\mu_B$ – funkcje przynależności liczb rozmytych $A$ i $B$; $s_A$ i $s_B$ – nośniki liczb rozmytych odpowiednio $A$ i $B$.

Z równania (9) wynika, że operacja dodawania rozmytego deformuje nośnik (nawet, jeśli $s_A = s_B$, to nośnik wynikowy $s$ jest reprezentowany przez singletony rozmyte w innej liczbie i o innym usytuowaniu). To samo dotyczy odejmowania rozmytego. Stanowi to poważny problem, ponieważ warunkiem poprawnej pracy modelu RRMK jest zachowanie stałego nośnika na każdym etapie pracy modelu. Dodatkowo, nośnik ten jest deformowany przy oddziaływaniach funkcyjnych – np. funkcją progową na pojedynczą liczbę rozmytą. Oddziaływania funkcyjne nie tylko zmieniają parametry nośnika. Deformują też kształt funkcji przynależności, co jest niedopuszczalne z punktu widzenia skuteczności modelu. Niwelowanie niepożądanych skutków operacji arytmetycznych stanowi odrębne zagadnienie, poruszane m. in. w [8, 9]. W niniejszej pracy przedstawiono jedynie koncepcję modyfikacji działania funkcji, której argumentem jest liczba rozmyta.

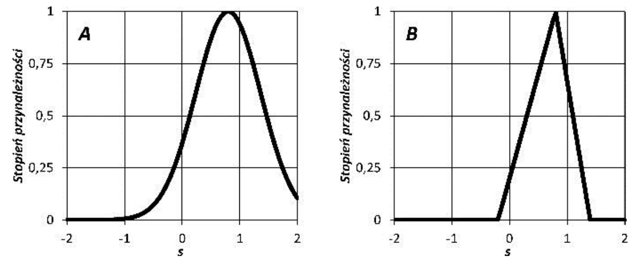
### 2.1. Skutki działania funkcji progowej na liczbę rozmytą

Zgodnie z zasadą rozszerzania [11], jeśli zbiór rozmyty jest określony przez $k$ singletonów rozmytych zdefiniowanych na nośniku $s$, to funkcyjne odwzorowanie $f$ oddziałuje na nośnik, a nie na stopnie przynależności poszczególnych singletonów:

$$f(A) = \frac{\mu_A(s_1)}{f(s_1)} + \frac{\mu_A(s_2)}{f(s_2)} + \cdots + \frac{\mu_A(s_k)}{f(s_k)} \tag{10}$$

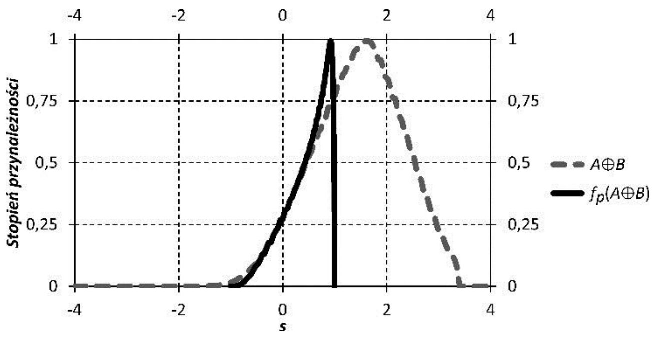
gdzie: $A$ – przetwarzany zbiór rozmyty; $\mu_A$ – funkcja przynależności zbioru $A$; $s_1, \ldots, s_k$ – kolejne punkty nośnika zbioru $A$.

Ta sama zasada dotyczy liczb rozmytych, co w praktyce uniemożliwia stosowanie funkcji progowych w modelach RRMK. Na rys. 5 pokazano funkcje przynależności dwóch przykładowych liczb rozmytych $A$ i $B$. W wyniku dodawania rozmytego uzyskuje się liczbę, której centrum ma wartość przekraczającą 1 i należy użyć funkcji progowej, aby tę wartość ograniczyć.




*Rys. 5. Funkcje przynależności (różnych typów) liczb rozmytych A i B, będących składnikami dodawania rozmytego. s – nośnik*

Na rys. 6 został przedstawiony efekt dodawania rozmytego liczb rozmytych A i B z rys. 5 oraz skutki użycia funkcji progowej (4), działającej zgodnie z klasyczną zasadą (10).




*Rys. 6. Funkcje przynależności wyniku dodawania rozmytego liczb rozmytych A i B. Linią ciągłą zaznaczono wynik klasycznego działania funkcji progowej typu (4) dla $\beta = 2$*

Z przebiegów, przedstawionych na rys. 6 wynika, że funkcja progowa $f_p$, działająca zgodnie z (10), koryguje położenie centrum (co jest zaletą), ale deformuje przy tym kształt funkcji przynależności (co jest wadą dyskwalifikującą). To sprawia, że klasyczna metoda użycia funkcji progowej zawodzi w systemie, opisywanym przez liczby rozmyte, a to z kolei bardzo ogranicza możliwość praktycznego wykorzystania takiego rodzaju opisu. Można oczywiście tak dobrać parametry systemu i sposób uczenia, żeby użycie funkcji progowej w ogóle nie było konieczne, jednakże takie podejście sprawdza się jedynie przy niewielkiej liczbie czynników – można wtedy próbować zmodyfikować proces uczenia „sztucznie” zmniejszając początkowe wartości czynników (a właściwie centrów liczb rozmytych reprezentujących te wartości) tak, aby ich zagregowane wzajemne oddziaływania nie mogły przekroczyć progu jedynki. Jest to dodatkowa, subiektywna ingerencja w działanie procedury uczenia i może ona być skuteczna w systemach z najwyżej kilkoma czynnikami. W systemach bardziej złożonych, z większą liczbą czynników, takie podejście byłoby trudne do zaimplementowania i dlatego użycie jakiegoś rodzaju funkcji progowej wydaje się konieczne.

### 2.2. Zmodyfikowana metoda stosowania funkcji progowych w modelach RRMK

Aby uniknąć sytuacji z rys. 6 i jednocześnie zachować korzyści płynące ze stosowania funkcji progowych proponuje się zdefiniowanie nowego celu działania funkcji progowej:

*W modelu RRMK celem stosowania funkcji progowej jest korekta położenia centrum funkcji przynależności liczby rozmytej, przy zachowaniu jej kształtu i rozpiętości.*

Nowe zdeterminowanie celu zmienia sposób działania funkcji progowej w odniesieniu do liczby rozmytej – funkcja ta wykonuje „przesunięcie" funkcji przynależności liczby rozmytej wzdłuż nośnika.

Przy tak postawionym problemie funkcyjne oddziaływanie na liczbę rozmytą będzie przeprowadzane w trzech etapach:

1) *Znaleźć centrum liczby rozmytej, będącej argumentem funkcji (np. metodą średniej ważonej) –* $c$.
2) *Poddać znalezione centrum działaniu funkcji progowej (np. typu (4)), znajdując w ten sposób docelowe centrum wynikowej liczby rozmytej –* $c'$*:*

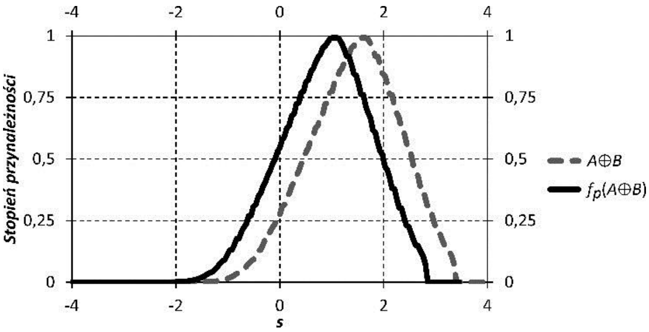
$$c' = f_p(c) \tag{11}$$

3) *Ustalić nowe wartości nośników wszystkich singletonów rozmytych:*

$$s_i' = s_i - c + c' \tag{12}$$

gdzie: $i$ – numer kolejnego singletonu rozmytego; $s_i'$ – docelowa wartość nośnika $i$-tego singletonu rozmytego; $s_i$ – początkowa wartość nośnika $i$-tego singletonu rozmytego.

Zaproponowana metoda zachowuje sens działania funkcji progowej z jednoczesnym zachowaniem kształtu funkcji przynależności. Działanie nowego podejścia w odniesieniu do liczb $A$ i $B$ z rys. 5 zaprezentowano na rys. 7.




*Rys. 7. Funkcje przynależności wyniku dodawania rozmytego liczb rozmytych A i B. Linią ciągłą zaznaczono wynik zmodyfikowanego działania funkcji progowej typu (4) dla* $\beta = 2$

Przebiegi z rys. 7 wskazują, że zaproponowane podejście powoduje, iż funkcja progowa zmienia tylko położenie centrum przetwarzanej liczby rozmytej, nie ingerując w jej kształt, co jest działaniem korzystnym. Z drugiej strony, co bezpośrednio wynika z (12) zastosowanie opisanej wyżej metody „przesunięcia" funkcji przynależności wprowadza do systemu niekorzystną modyfikację, polegającą na zmianie położenia nośników singletonów rozmytych, a w modelu RRMK taka zmiana jest niedopuszczalna. W związku z tym opisany powyżej algorytm należy uzupełnić o dodatkowy krok dopasowujący:

4) *Dopasować zmodyfikowaną funkcję przynależności do stałych punktów próbkowania nośnika, przyjętych dla danego modelu RRMK.*

Podobny problem (zmiana położenia singletonów rozmytych na osi nośnika) występuje również podczas wykonywania operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych i stanowi odrębne zagadnienie, opisane gdzie indziej (m. in. w [9]). Warto tu nadmienić, że problem ten można rozwiązać np. aproksymując lub interpolując wartości stopni przynależności dla wcześniej ustalonych, stałych punktów nośnika. Z badań porównawczych wynika, że wystarczającą dokładność odwzorowania uzyskuje się stosując aproksymację odcinkową wielomianami 3 (a niekiedy nawet 2) rzędu.

## 3. Podsumowanie

Modelowanie niepewnych i nieprecyzyjnych systemów z użyciem modeli RRMK napotykało ograniczenia związane z niemożnością używania klasycznie rozumianych funkcji progowych. Problem ten rozwiązywano ograniczając liczbę czynników oraz stosując niskie wartości tych czynników tak, aby ich sumy (zsumowane wartości centrów) nie przekraczały jedynki. Takie podejście ma jednak ograniczenia. Zaproponowana metoda pozwala stosować modele o dowolnej liczbie czynników i pełnym spektrum używanych wartości, co znacząco zwiększa możliwy zakres zastosowań modelowania z użyciem RRMK. Nowe podejście sprawdzono zarówno na pojedynczych liczbach rozmytych, jak i w dedykowanym modelu RRMK.

## Literatura


[1] Bishop Ch. M.: Neural Networks for Pattern Recognition. Clarendon Press, Oxford 1996.

[2] Dickerson J. A., Kosko B.: Virtual worlds as fuzzy cognitive maps. Presence 3(2)/1994, 173–189, [DOI: 10.1162/pres.1994.3.2.173].

[3] Jastriebow A., Piotrowska K., Słoń G., Algorithm of Building the Intelligent Models Based on Relational Cognitive Maps. Computer Technologies in Science, Technology and Education, Institute for Sustainable Technologies - National Research Institute, Radom 2012, 138–151.

[4] Jastriebow A., Poczęta K.: Analysis of multi-step algorithms for cognitive maps learning. Bulletin of the Polish Academy of Sciences-Technical Sciences 62(4)/2014, 735–741, [DOI: 10.2478/bpasts-2014-0079].

[5] Kosko B.: Fuzzy cognitive maps. Int. Journal of Man-Machine Studies, 24/1986, 65–75, [10.1016/S0020-7373(86)80040-2].

[6] Kaufmann A., Gupta M. M.: Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. Van Nostrand Reinhold, New York 1985, [DOI: 10.1016/0888-613X(87)90010-7].

[7] Papageorgiou E. I.: Learning Algorithms for Fuzzy Cognitive Maps – A Review Study. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews 42(2)/2012, 150–163, [DOI: 10.1109/TSMCC.2011.2138694].

[8] Słoń G.: Analiza wybranych algorytmów adaptacji relacji w rozmytych mapach kognitywnych. Pomiary, Automatyka, Kontrola 56(12)/2010, 1445–1448.

[9] Słoń G.: Relacyjne rozmyte mapy kognitywne w modelowaniu złożonych systemów. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2013.

[10] Stylios C. D., Groumpos P. P.: Fuzzy cognitive maps in modeling supervisory control systems. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems 8(2)/2000, 83–98.

[11] Zadeh L. A.: Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 1/1973, 28–44, [DOI: 10.1109/TSMC.1973.5408575].



**Dr inż. Grzegorz Słoń**
e-mail: g.slon@tu.kielce.pl


Dr inż. Grzegorz Słoń zajmuje się zagadnieniami modelowania i analizy danych, w tym z użyciem metod szeroko rozumianej inteligencji obliczeniowej. W obrębie jego zainteresowań naukowych leżą m. in.: elektrotechnika (w tym elektrotechnika pojazdowa), matematyka dyskretna, informatyka, analiza danych. Uczestniczył w pracach zespołów badawczych zajmujących się m. in. inteligentnymi metodami diagnostycznymi. Zajmuje się także organizacją procesu kształcenia ustawicznego osób dorosłych.

*otrzymano/received: 15.06.2016* *przyjęto do druku/accepted: 14.08.2017*